

Обоснование метода штрафных функций

Задача нелинейного программирования

Пусть $x \in E^n$ имеет координатный столбец $\|X\| = \|x_1, x_2, \dots, x_n\|^T$. Задачей математического программирования мы будем называть задачу вида

$$\begin{aligned} & \text{максимизировать по } X \quad \text{целевую функцию } F(X) \\ & \text{при условиях:} \end{aligned} \tag{1.1.1}$$

$$X \in \Omega, \quad \text{где } \Omega \equiv \left\{ X \mid f_i(X) \leq 0 \quad i = \overline{1, m} \right\}.$$

Предположим также, что задача (1.1.1) имеет конечное локальное решение $F^* \stackrel{\text{def}}{=} F(X^*)$ с X^* состоящим, быть может, более, чем из одной точки. Также пусть каждая из функций $F(X)$, $f_i(X) \quad i = \overline{1, m}$ дважды непрерывно дифференцируема по всем своим аргументам.

Наконец мы будем использовать

Определение 1.1.1	Ограничение $f_i(X) \leq 0$ называется <i>активным</i> в точке $X_0 \in E^n$, если $f_i(X_0) \geq 0$ и, соответственно, называется <i>неактивным</i> , если $f_i(X_0) < 0$.
----------------------	---

Условия оптимальности в задаче нелинейного программирования

Пусть для задачи (1.1.1) существует регулярная функция Лагранжа вида

$$L(X, \Lambda) = F(X) - \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(X),$$

где $\Lambda \in E^m$ есть вектор, имеющий координатный столбец

$$\|\Lambda\| = \|\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\|^T,$$

а X^* есть решение задачи (1.1.1). Числа $\lambda_i \quad i = \overline{1, m}$ принято называть *множителями Лагранжа* задачи (1.1.1).

Необходимое условие разрешимости задачи (1.1.1) дает

Теорема 1.1.1 Пусть X^* есть решение задачи (1.1.1), тогда существует вектор Λ^* такой, что

(Каруша-Куна-Таккера)

$$\operatorname{grad}_x L(X^*, \Lambda^*) = 0,$$

и для каждого $i = \overline{1, m}$ выполнены условия

$$\lambda_i^* \geq 0 \quad \text{и} \quad \lambda_i^* f_i(X^*) = 0.$$

Последнее утверждение в теореме 1.1.1 принято называть условиями *дополняющей нежесткости*. Доказательство этой теоремы можно найти в разных источниках, например, в [4].

Обратим также внимание на следующее.

1. Функция и множители Лагранжа определены лишь для задачи (1.1.1), имеющей конечное решение F^* .
2. Если ограничение $f_i(X) \leq 0$ неактивно в X^* , то $\lambda_i^* = 0$. Обратное не верно. Иначе говоря, теорема 1.1.1 допускает случай, когда равенства $f_i(X^*) = 0$ и $\lambda_i^* = 0$ выполнены одновременно для некоторого $i = \overline{1, m}$.

Метод гладких штрафных функций

Применим для решения задачи (1.1.1) специальный вариант метода *гладких* штрафных функций [3, 29]. Этот вариант заключается в последовательной максимизации по $X \in E^n$ вспомогательной функции

$$A(\tau, X) = F(X) - \sum_{i=1}^m P(\tau, f_i(X)) \quad (1.1.2)$$

при стремящихся к нулю положительных значений инструментального параметра τ .

Предполагается, что в (1.1.2) функция $P(\tau, s)$, «штрафующая» нарушение ограничения $s \leq 0$, удовлетворяет условиям:

- 1°. Она определена $\forall \tau > 0$ и $\forall s$, а также имеет непрерывные частные производные по s до второго порядка включительно.

2°. Для всех $\tau > 0$ и $\forall s$ выполняются неравенства

$$P(\tau, s) > 0, \quad \frac{\partial P}{\partial s}(\tau, s) > 0, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial s^2}(\tau, s) > 0. \quad (1.1.3)$$

3°.

$$\lim_{\tau \rightarrow +0} P(\tau, s) = \begin{cases} +\infty & \text{при } s > 0, \\ 0 & \text{при } s \leq 0. \end{cases}$$

4°. Пусть, *кроме того*, функция $P(\tau, s)$ имеет вид

$$P(\tau, s) = \tau \Phi\left(\frac{s}{\tau}\right), \quad (1.1.4)$$

где Φ есть функция одной переменной. То есть Φ зависит только от отношения $\frac{s}{\tau}$.

Примером такой функции может служить $P(\tau, s) = \tau \exp\left(\frac{s}{\tau}\right)$. Однако, ни барьерная логарифмическая, ни стандартная квадратичная штрафная функция¹ совокупности условий 1°—4° не удовлетворяют.

Заметим также, что в силу 2° на множествах $s \in [\delta_0, +\infty) \forall \delta_0 > 0$ и $s \in (-\infty, 0]$ сходимость в 3° *равномерная*.

Для упрощения записи в дальнейшем будем также использовать обозначения $S(\tau, X) = \sum_{i=1}^m P\left(\tau, f_i(X)\right)$ и, соответственно,

$$A(\tau, X) = F(X) - S(\tau, X).$$

Согласно сделанным предположениям функция $A(\tau, X)$ определена $\forall \tau > 0$ и $\forall X \in E^n$. Кроме того, эта функция дважды непрерывно дифференцируема по компонентам X .

Пусть² $\tilde{X}_\tau$ есть стационарная точка функции (1.1.2), определяемая уравнением

$$\underset{x}{\text{grad}} A(\tau, \tilde{X}_\tau) = 0. \quad (1.1.5)$$

¹То есть функция вида $P(\tau, s) = \frac{(|s| + s)^2}{8\tau} = \begin{cases} \frac{s^2}{2\tau} & \text{при } s \geq 0, \\ 0 & \text{при } s < 0. \end{cases}$

²Обозначение вида A_b , где A и b вещественные переменные, будем использовать в случаях, когда A зависит от b , но эта зависимость не обязательно является функцией. Для функциональных зависимостей сохраним стандартное обозначение $A(b)$.

Тогда суть метода штрафных функций может быть сформулирована как равенство

$$\lim_{\tau \rightarrow +0} A(\tau, \tilde{X}_\tau) = F(X^*).$$

Причем, если решение задачи (1.1.1) локально единственно, то отображение $\tau \rightarrow \tilde{X}_\tau$ однозначно и справедливы соотношения

$$x_j^* = \lim_{\tau \rightarrow +0} \tilde{x}_{\tau j} \quad j = \overline{1, n}.$$

Учитывая важность этого варианта метода штрафных функций для дальнейших рассуждений, рассмотрим его обоснование детально.

Предположим, что существует $\tau_0 > 0$, для которого функция $A(\tau, X)$ при любом фиксированном $\tau \in (0, \tau_0)$ непрерывна на компакте³ C , содержащем X^* . В этом случае $A(\tau, X)$ достигает своего локального максимума на множестве C по X в $\tilde{X}_\tau = \operatorname{argmax}_{x \in C} A(\tau, X)$.

Пусть Ω_δ есть δ -окрестность множества Ω , задаваемая $\forall \delta > 0$ системой неравенств

$$f_i(X) \leq \delta \quad i = \overline{1, m}. \quad (1.1.6)$$

Обозначим $\omega \stackrel{\text{def}}{=} \Omega_\delta \cap C$ и покажем, что справедлива

Теорема **Имеет место равенство**

1.1.2

$$\lim_{\tau \rightarrow +0} \max_{x \in \Omega} A(\tau, X) = F^*. \quad (1.1.7)$$

Доказательство.

1°. Пусть выполнены условия задачи (1.1.1) и предположения о свойствах функции $P(\tau, s)$.

Используем непрерывность функций $P(\tau, f_i(X))$ $i = \overline{1, m}$ по X для $X \in \omega$ при фиксированном $\tau \in (0, \tau_0)$. Покажем, что в этом случае $\forall \varepsilon > 0$ найдутся $\delta = \delta_\varepsilon > 0$ и $\tau = \tau_\varepsilon > 0$ такие, что $\max_{x \in \omega} A(\tau_\varepsilon, X) \geq \max_{x \in \omega} F(X) - \varepsilon$.

Опишем способ выбора таких δ_ε и τ_ε по заданному ε .

³В качестве C можно взять достаточно большой замкнутый шар (или параллелепипед) в E^n . Существование такого C , как правило, следует из содержательной интерпретации задачи (1.1.1).

Оценим вначале величину $P(\tau_\varepsilon, f_i(X)) = \tau_\varepsilon \Phi\left(\frac{f_i(X)}{\tau_\varepsilon}\right)$ на множестве ω . Эта функция монотонно возрастает по $f_i(X)$. Поэтому, если для некоторого $\delta_{(i)\varepsilon} > 0$ взять $\tau_\varepsilon = \delta_{(i)\varepsilon}$, то в силу (1.1.6) имеем

$$\tau_\varepsilon \Phi\left(\frac{f_i(X)}{\tau_\varepsilon}\right) \leq \tau_\varepsilon \Phi\left(\frac{\delta_{(i)\varepsilon}}{\tau_\varepsilon}\right) = \delta_{(i)\varepsilon} \Phi(1) \quad i = \overline{1, m}.$$

Положим $\delta_\varepsilon = \max_{i=1, m} \{\delta_{(i)\varepsilon}\}$. Тогда

$$\begin{aligned} \max_{x \in \omega} A(\tau_\varepsilon, X) &= \max_{x \in \omega} \left(F(X) - \sum_{i=1}^m P(\tau_\varepsilon, f_i(X)) \right) \geq \\ &\geq \max_{x \in \omega} F(X) - m \delta_\varepsilon \Phi(1). \end{aligned}$$

Значит, если $\forall \varepsilon > 0$ выбрать $\delta_\varepsilon = \tau_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{m \Phi(1)}$, то

$$\max_{x \in \omega} A(\tau_\varepsilon, X) \geq \max_{x \in \omega} F(X) - \varepsilon. \quad (1.1.8)$$

В случае, если окажется, что $\delta_\varepsilon > \tau_0$, то примем $\delta_\varepsilon = \tau_0$. Это гарантирует выполнение (1.1.8).

С другой стороны, из определения $P(\tau, s)$ следует неравенство $\max_{x \in \omega} S(\tau, X) \geq 0$. Тогда для любой положительной бесконечно малой последовательности $\{\tau_{(k)\varepsilon}\}$ в силу (1.1.8) получаем

$$\max_{x \in \omega} F(X) \geq \max_{x \in \omega} A(\tau_{(k)\varepsilon}, X) \geq \max_{x \in \omega} F(X) - \varepsilon. \quad (1.1.9)$$

В сделанных предположениях $\delta_\varepsilon \rightarrow 0$ и $\Omega_{\delta_\varepsilon} \rightarrow \Omega$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Тогда, используя определение предела функции по Гейне и его свойства, из (1.1.9) получаем доказываемое равенство

$$\lim_{\tau \rightarrow +0} \max_{x \in \Omega} A(\tau, X) = F^*.$$

Теорема доказана.

Процедуру выбора значений δ_ε и τ_ε проиллюстрируем графически для задачи:

*найти максимум функции $F(x) = 3x$
при условии $x \leq 2$.*

Пусть вспомогательная функция, использованная для решения этой задачи, имеет вид

$$A(\tau, x) = 3x - \tau \exp\left(\frac{x-2}{\tau}\right).$$

Рис. 1.1.1 показывает, что изменением инструментального параметра τ удастся добиться попадания локального максимума вспомогательной функции $A(\tau, X)$ во внутрь заштрихованной области. Эта область в E^{n+1} есть цилиндр радиуса δ_ε и высоты 2ε .

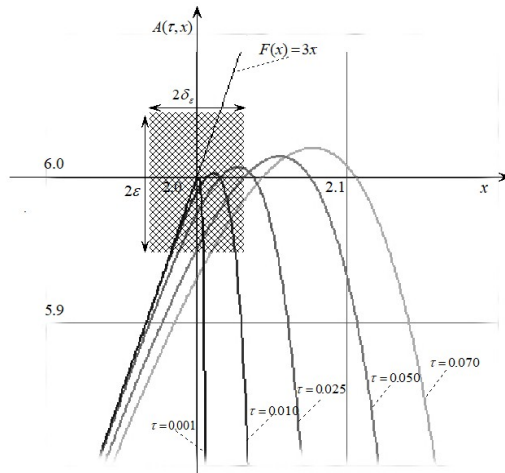


Рис. 1.1.1. К доказательству теоремы 1.1.2

Для практического поиска элементов множества X^* методом штрафных функций оказывается полезной

Теорема 1.1.3 Пусть последовательность $\{Y_k\}$ содержится во множестве ω и для нее найдутся бесконечно малые положительные числовые последовательности $\{\alpha_k\}$ и $\{\tau_k\}$ такие, что

$$A(\tau_k, Y_k) \geq \max_{y \in \omega} A(\tau_k, Y) - \alpha_k \quad \forall k \in \mathbb{N},$$

то любая предельная точка последовательности $\{Y_k\}$ есть решение задачи (1.1.1).

Доказательство.

Существование предельной точки Y^* у последовательности $\{Y_k\}$ следует из компактности множества ω . Без потери общности можно также считать, что $\lim_{k \rightarrow +\infty} \{Y_k\} = Y^*$.

Из предположения о конечности $F(X^*)$ и свойств функции $P(\tau, s)$ следует, что предельная точка Y^* принадлежит множеству ω . Тогда справедливы оценки

$$\begin{aligned} F^* = \max_{x \in \omega} F(X) &\geq F(Y^*) = \lim_{k \rightarrow +\infty} F(Y_k) \geq \lim_{k \rightarrow +\infty} A(\tau_k, Y_k) \geq \\ &\geq \lim_{\tau \rightarrow +0} \left(\max_{y \in \omega} A(\tau_k, Y) - \alpha_k \right) = \max_{x \in \omega} F(X) = F^*. \end{aligned}$$

Это означает, что $F(Y^*) = F(X^*) \implies Y^* \in X^*$.

Теорема доказана.

Также будет справедливым

Следствие 1.1.1 В случае локальной единственности решения задачи (1.1.1) $\lim_{\tau \rightarrow +0} \tilde{x}_j(\tau) = x_j^* \quad j = \overline{1, n}$.

Доказательство.

Утверждение следствия очевидно, поскольку в этом случае множество X^* состоит из единственной точки.

Следствие доказана.

Теорема 1.1.2 может также быть доказана другим способом.

Напомним предварительно, что операции взятия супремума (или инфимума) для функциональных последовательностей, вообще говоря, не перестановочны с операцией предельного перехода.

Этот факт иллюстрирует

Пример 1.1.1. Пусть на множестве $\Omega = [0, 2]$ заданы функциональные последовательности $\forall n \in \mathbb{N}$

$$h_n(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = 0, \\ 0, & \text{если } 0 < x \leq \frac{1}{n}, \\ 1, & \text{если } \frac{1}{n} < x \leq 2 \end{cases} \quad \text{и} \quad g_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x = 0, \\ 1, & \text{если } 0 < x \leq \frac{1}{n}, \\ 0, & \text{если } \frac{1}{n} < x \leq 2. \end{cases}$$

Последовательности $\{h_n(x)\}$ и $\{g_n(x)\}$ сходятся поточечно $\forall x \in \Omega$ соответственно к предельным функциям $h^*(x) \equiv 1$ и $g^*(x) \equiv 0$.

Для первой последовательности имеем

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} h_n(x) = h^*(x) \equiv 1 \quad \text{и} \quad \sup_{x \in \Omega} h_n(x) = 1 &\longrightarrow \\ \longrightarrow \quad \sup_{x \in \Omega} \lim_{n \rightarrow \infty} h_n(x) = 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in \Omega} h_n(x). \end{aligned}$$

В то время как для второй

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} g_n(x) = g^*(x) \equiv 0 \quad \text{и} \quad \sup_{x \in \Omega} g_n(x) = 1 &\longrightarrow \\ \longrightarrow \quad \sup_{x \in \Omega} \lim_{n \rightarrow \infty} g_n(x) = 0 \neq 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in \Omega} g_n(x). \end{aligned}$$

То есть в первом случае результат не зависит от порядка выполнения операций. Во втором случае изменение последовательности операций приводит к изменению результата.

Обратим внимание на различие рассмотренных случаев.

Предельная функция $h^*(x)$ есть верхняя грань для последовательности $\{h_n(x)\}$, а $g^*(x)$ таковой для $\{g_n(x)\}$ не является.

Докажем следующее условие перестановочности операций поиска точной грани и предельного перехода.

Лемма

1.1.1

Пусть на множестве Ω задана функциональная последовательность $\{\varphi_k(X)\}$, поточечно сходящаяся к ограниченной сверху функции $\Phi^*(X)$, для которой $\sup_{X \in \Omega} \varphi^*(X) = \Phi^* < +\infty$.

Пусть при этом также

$$\varphi_k(X) \leq \varphi^*(X) \quad \forall X \in \Omega, \forall k \in N, \quad (1.1.10)$$

тогда верны равенства

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup_{X \in \Omega} \varphi_k(X) = \sup_{X \in \Omega} \lim_{k \rightarrow \infty} \varphi_k(X) = \Phi^*$$

Доказательство.

Из условия (1.1.10), определения супремума и поточечной сходимости последовательности $\{\varphi_k(x)\}$ имеем

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N_\varepsilon \in N, \exists x_\varepsilon \in \Omega$$

такие, что $\forall n \geq N_\varepsilon$ справедливы неравенства:

$$\varphi^*(x_\varepsilon) > \Phi^* - \frac{\varepsilon}{2}, \quad \varphi^*(x_\varepsilon) - \varphi_n(x_\varepsilon) < \frac{\varepsilon}{2},$$

Тогда будут верны соотношения:

$$\begin{aligned} 0 \leq \Phi^* - \sup_{x \in \Omega} \varphi_n(x) &\leq \Phi^* - \varphi_n(x_\varepsilon) < \left(\varphi^*(x_\varepsilon) + \frac{\varepsilon}{2} \right) - \varphi_n(x_\varepsilon) = \\ &= \left(\varphi^*(x_\varepsilon) - \varphi_n(x_\varepsilon) \right) + \frac{\varepsilon}{2} < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon. \end{aligned}$$

То есть мы получили:

$$\begin{aligned} \forall \varepsilon > 0 \quad \exists N_\varepsilon \in N : \quad \forall n \geq N_\varepsilon \quad &\longrightarrow \\ &\longrightarrow \left| \sup_{x \in \Omega} \varphi_n(x) - \Phi^* \right| < \varepsilon. \end{aligned}$$

Это и есть утверждение доказываемой леммы:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in \Omega} \varphi_n(x) = \Phi^* = \sup_{x \in \Omega} \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_n(x).$$

Лемма доказана.

На практике полезной альтернативой лемме 1.1.1 может оказаться

Лемма
1.1.2

Пусть на компакте $\Omega \subseteq E^n$ задана зависящая от параметра $\tau \in (\alpha, \gamma)$ непрерывная функция $\varphi(\tau, X)$, которая равномерно сходится на Ω при $\tau \rightarrow \beta \in (\alpha, \gamma)$ к функции $\Phi(X)$. Тогда верны равенства

$$\lim_{\tau \rightarrow \beta} \max_{X \in \Omega} \varphi(\tau, X) = \max_{X \in \Omega} \lim_{\tau \rightarrow \beta} \varphi(\tau, X) = \max_{X \in \Omega} \Phi(X).$$

Доказательство.

Докажите лемму 1.1.2 самостоятельно, используя определение предела функции по Гейне и утверждение леммы 1.1.1.

Лемма доказана.

Приведем теперь

Альтернативное доказательство теоремы 1.1.2

Воспользуемся перестановочностью операций максимизации по $x \in \omega$ и предельного перехода $\tau_k \rightarrow +0$ для функциональной последовательности $\{A(\tau_k, x)\}$,

В силу 3° свойства (1.1.3) мы имеем

$$\begin{aligned} \lim_{\tau \rightarrow +0} \max_{x \in \omega} A(\tau, x) &= o \lim_{\tau \rightarrow +0} A(\tau, x) = \\ &= \max_{x \in \omega} \lim_{\tau \rightarrow +0} \left(F(x) - \sum_{i=1}^m P(\tau, f_i(x)) \right) = \\ &= \max_{x \in \omega} \left(F(x) - \lim_{\tau \rightarrow +0} \sum_{i=1}^m P(\tau, f_i(x)) \right) = \\ &= \max_{x \in \omega} F(x) = F^*. \end{aligned}$$

Теорема доказана.

Важные свойства отображения $\tau \rightarrow \tilde{X}_\tau$, заданного неявно соотношением (1.1.5), описывают две следующие теоремы

Теорема 1.1.4 **Для задачи (1.1.1) в предположениях §1.1.3 отображение $\tau \rightarrow \tilde{X}_\tau \equiv \operatorname{argmax}_{x \in \omega} A(\tau, X)$ является вектор-функцией в E^n .**

Доказательство.

Для доказательства достаточно показать невырожденность гессиана по компонентам вектора X у функции $A(\tau, X)$ при $\tau \in (0, \tau_0)$.

Тогда из теоремы о системе неявных функций [17] следует существование на $(0, \tau_0)$ гладкой вектор-функции $\tilde{X}(\tau)$, которая будет решением уравнения (1.1.5).

Теоремы, аналогичные данной, будут подробно рассмотрены в главе 2. Здесь же предлагается выполнить доказательство самостоятельно в качестве упражнения.

Теорема доказана.

Теорема 1.1.5 Для задачи (1.1.1), имеющей единственное решение в условиях теоремы 1.1.4 и в которой значения, $\lambda_i^* \quad i = \overline{1, m}$ определены однозначно, справедливы равенства

$$\lim_{\tau \rightarrow +0} \frac{\partial P}{\partial s}(\tau, f_i(\tilde{X}_\tau)) = \lambda_i^* \quad i = \overline{1, m}.$$

Доказательство.

1°. Обозначим множество индексов активных в точке X^* ограничений задачи (1.1.1) как J_Ω^* . Тогда в силу п. 3° из (1.1.3)

$$\lim_{\tau \rightarrow +0} \frac{\partial P}{\partial s}(\tau, f_i(\tilde{X}_\tau)) = 0 \quad \forall i \notin J_\Omega^*.$$

2°. Пусть в точке X^* выполнено условие регулярности

$$\det \left\| \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right\| \neq 0 \quad i \in J_\Omega^*, \quad j = \overline{1, n}.$$

Тогда множители Лагранжа λ_i^* определены однозначно для $i \in J_\Omega^*$.

3°. Координатная форма содержащегося в теореме 1.1.1 условия $\text{grad}_x L(X^*, \Lambda^*) = o$ имеет вид

$$\frac{\partial F}{\partial x_j}(X^*) - \sum_{i \in J_\Omega^*} \lambda_i^* \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(X^*) = 0 \quad j = \overline{1, n}. \quad (1.1.11)$$

С другой стороны условие стационарности вспомогательной функции $A(\tau, X)$ по переменной X в точке $\tilde{X}_\tau$ будет

$$\frac{\partial F}{\partial x_j}(\tilde{X}_\tau) - \sum_{i \in J_\Omega^*} \frac{\partial P}{\partial s}(\tau, f_i(\tilde{X}_\tau)) \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\tilde{X}_\tau) = 0 \quad j = \overline{1, n}.$$

Перейдя в этих равенствах к пределу при $\tau \rightarrow +0$, в силу следствия 1.1.1 и сделанных предположений о непрерывности, получим

$$\frac{\partial F}{\partial x_j}(X^*) - \sum_{i \in J_\Omega^*} \left(\lim_{\tau \rightarrow +0} \frac{\partial P}{\partial s}(\tau, f_i(\tilde{X}_\tau)) \right) \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(X^*) = 0$$

$$j = \overline{1, n}. \quad (1.1.12)$$

4°. Почленное вычитание из (1.1.11) равенств (1.1.12) дает

$$\sum_{i \in J_\Omega^*} \left(\lambda_i^* - \lim_{\tau \rightarrow +0} \frac{\partial P}{\partial s}(\tau, f_i(\tilde{X}_\tau)) \right) \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(X^*) = 0$$

$$j = \overline{1, n}.$$

Полученный набор равенств есть однородная система n линейных уравнений с невырожденной основной матрицей. Неизвестными в этой системе являются n выражений в больших круглых скобках.

Тогда из теоремы Крамера следует, что данная система имеет *только нулевое* решение. Следовательно,

$$\lambda_i^* = \lim_{\tau \rightarrow +0} \frac{\partial P}{\partial s}(\tau, f_i(\tilde{X}_\tau)) \quad i = \overline{1, m}.$$

Теорема доказана.