

Лекции по предмету "АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ"

Поток Умнова А.Е.

План лекций на осенний семестр

- Лекция 01 Матричные объекты. Классификация матриц. Действия с матрицами: сравнение, сложение, умножение на число, транспонирование. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков, разложение по столбцу или строке. Теорема Крамера для системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными.
- Лекция 02 Направленные отрезки. Операции с направленными отрезками: сравнение, сложение и умножение на число. Множество векторов. Свойства линейных операций с векторами. Коллинеарность и компланарность. Линейная зависимость и независимость векторов. Свойства линейно зависимых векторов.
- Лекция 03 Базис на прямой, на плоскости и в пространстве. Существование и единственность разложения вектора по пространственному базису. Координатное представление векторов. Действия с векторами в координатном представлении. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости векторов в координатном представлении.
- Лекция 04 Общая декартова система координат. Радиус-вектор и координаты точки на плоскости и в пространстве. Ортонормированная декартова система координат. Зависимость координат от выбора базиса и начала координат. Формулы перехода. Матрица перехода и ее свойства. Случай перехода на плоскости от одной ортонормированной системы координат к другой.
- Лекция 05 Ортогональная проекция вектора на ось и ее свойства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Координатное представление скалярного произведения в общем и ортонормированном базисе. Векторное произведение векторов и его свойства.
- Лекция 06 Координатное представление векторного произведения в общем и ортонормированном базисе. Смешанное произведение тройки векторов и его свойства. Координатное представление смешанного произведения в общем и ортонормированном базисе. Взаимный базис. Двойное векторное произведение.
- Лекция 07 Векторные и координатные способы задания прямой на плоскости. Необходимое и достаточное условие совпадения прямых, задаваемых разными линейными уравнениями. Геометрические свойства линейных неравенств. Векторные и координатные способы задания плоскости в пространстве.
- Лекция 08 Векторные и координатные способы задания прямой в пространстве. Формулы для расстояния от точки до прямой на плоскости, расстояния от точки до плоскости в пространстве и расстояния от точки до прямой в пространстве. Способы задания линий на плоскости и в пространстве. Способы задания поверхности в пространстве.
- Лекция 09 Алгебраические линии и поверхности, их порядок. Инвариантность порядка алгебраических линий и поверхностей при замене системы координат. Цилиндрические поверхности, их векторные и координатные представления. Конические поверхности, их векторные и координатные представления.
- Лекция 10 Алгебраические линии 2-го порядка на плоскости, их классификация и основные свойства. Приведение уравнения линии 2-го порядка на плоскости к каноническому виду.
- Лекция 11 Алгебраические поверхности 2-го порядка в пространстве, их классификация и основные свойства. Метод секущих плоскостей. Прямолинейные образующие алгебраических поверхностей 2-го порядка. Полярная система координат. Конические сечения. Сферическая и цилиндрическая системы координат.
- Лекция 12 Произведение матриц и его свойства. Обращение квадратных матриц. Условия существования и единственности обратной матрицы. Транспонирование и обращение произведения матриц. Ортогональные матрицы и их свойства. Операторы на плоскости. Отображения и преобразования плоскости. Неподвижные и инвариантные множества точек плоскости.
- Лекция 13 Линейные преобразования плоскости и их свойства. Матрица линейного преобразования плоскости и ее изменение при смене базиса. Аффинные преобразования плоскости. Признак аффинности для линейного преобразования. Основные свойства аффинного преобразования. Геометрический смысл модуля и знака определителя матрицы аффинного преобразования.

- Лекция 14 Свойства классификации линий 2-го порядка на плоскости при аффинных преобразованиях. Главные направления аффинного преобразования. Ортогональные преобразования плоскости и их свойства. Представление аффинного преобразования в виде произведения ортогонального преобразования и оператора сжатия к осям. Понятие о группе.
- Лекция 15 Детерминант квадратной матрицы n -го порядка и его свойства. Линейное свойство определителя. Определитель произведения квадратных матриц n -го порядка. Миноры, дополнительные миноры и алгебраические дополнения. Связь между ними.
- Лекция 16 Разложение определителей по столбцу или строке. Формула для элементов обратной матрицы. Теорема Крамера для системы n линейных уравнений с n неизвестными.
- Лекция 17 Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема о ранге матрицы. Необходимое и достаточное условие вырождения квадратной матрицы. Теорема о ранге матрицы.

Лекции по предмету "ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА"

План лекций на весенний семестр

- Лекция 01 Системы m линейных уравнений с n неизвестными. Частное и общее решение. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Оценка максимального числа линейно независимых частных решений для однородной системы линейных уравнений.
- Лекция 02 Общее решение неоднородной системы линейных уравнений. Теорема Фредгольма о совместности неоднородной системы линейных уравнений. Элементарные операции и их свойства. Метод Гаусса.
- Лекция 03 Определение линейного пространства. Линейная зависимость элементов линейного пространства. Базис. Размерность. Существование и единственность разложения по базису. Подпространство. Размерность суммы двух подпространств.
- Лекция 04 Линейная оболочка набора элементов. Ее свойства и размерность. Гиперплоскость. Координатное представление элементов и операций с ними в конечномерном линейном пространстве. Формулы перехода. Теорема об изоморфизме и ее следствия.
- Лекция 05 Линейные операторы в линейном пространстве. Отображения и преобразования. Действия с линейными операторами. Линейное пространство линейных операторов. Координатное представление линейных отображений, инъективность и сюръективность. Правило изменения матрицы линейного отображения при замене базисов.
- Лекция 06 Инвариантные подпространства линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения, их свойства. Отыскание собственных значений и собственных векторов в конечномерном случае. Инвариантность характеристического многочлена.
- Лекция 07 Линейная независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям. Размерность собственного подпространства линейного оператора. Линейные функционалы в линейном пространстве. Их свойства и представление в конечномерном случае. Двойственное (сопряженное) пространство.
- Лекция 08 Билинейные функционалы и их координатное представление. Правило изменения матрицы билинейного функционала при замене базиса. Симметричные билинейные функционалы.
- Лекция 09 Квадратичные функционалы. Отыскание базиса, в котором квадратичный функционал имеет канонический вид.
- Лекция 10 Теорема инерции для квадратичного функционала. Знаковая определенность квадратичного функционала. Критерий Сильвестра. Евклидово пространство. Неравенства Коши-Буняковского и треугольника. Ортогонализация базиса.
- Лекция 11 Матрица Грама и ее свойства. Координатное представление скалярного произведения в конечномерном случае. Сопряженные операторы. Их свойства и координатное представление.
- Лекция 12 Самосопряженные операторы и их свойства. Существование ортонормированного базиса, образованного из собственных векторов самосопряженного оператора. Существование общей системы собственных векторов для коммутирующих самосопряженных операторов.

- Лекция 13 Ортогональные операторы и их свойства. Теорема о полярном разложении.
- Лекция 14 Приведение квадратичного функционала к диагональному виду при помощи ортогонального преобразования базиса.
- Лекция 15 Существование линейного преобразования, одновременно приводящего пару квадратичных функционалов, один из которых является знакоопределенным, к диагональному виду.
- Лекция 16 Унитарное пространство. Унитарные, эрмитовски сопряженные и эрмитовы (эрмитовски самосопряженные) операторы, их свойства. Эрмитовы функционалы и их свойства. Соотношение неопределенностей.