

## Семинарские занятия "АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА" для 1 курса

Группы Умнова А.Е.

### Программа семинаров на осенний семестр

- |            |   |
|------------|---|
| Семинар 01 | Направленные отрезки. Множество векторов. Линейные операции с матрицами. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков. Линейная зависимость и независимость векторов и матриц.   |
| Семинар 02 | Разложение вектора по базису. Координатное представление векторов. Действия с векторами в координатном представлении. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости векторов в координатном представлении.             |
| Семинар 03 | Зависимость координат от выбора базиса и начала координат. Формулы перехода. Матрица перехода. Переход на плоскости от одной ортонормированной системы координат к другой.  |
| Семинар 05 | Скалярное произведение векторов и его свойства. Координатное представление скалярного произведения. Векторное произведение векторов и его свойства. Координатное представление векторного произведения.                         |
| Семинар 06 | Смешанное произведение тройки векторов и его свойства. Координатное представление смешанного произведения. Двойное векторное произведение.  |
| Семинар 06 | <b>Сдача первого задания.</b>   |
| Семинар 07 | Векторные и координатные способы задания прямой на плоскости. Векторные и координатные способы задания плоскости в пространстве.  |
| Семинар 08 | Векторные и координатные способы задания прямой в пространстве. Формулы для расстояния от точки до прямой на плоскости, расстояния от точки до плоскости в пространстве и расстояния от точки до прямой в пространстве.         |
| Семинар 09 | Цилиндрические поверхности, их векторные и координатные представления. Конические поверхности, их векторные и координатные представления. Алгебраические линии 2-го порядка на плоскости, их классификация и основные свойства. |
| Семинар 10 | Приведение уравнения линии 2-го порядка на плоскости к каноническому виду. Касательные к линиям 2-го порядка.   |
| Семинар 11 | <b>Сдача второго задания.</b>   |
| Семинар 12 | Алгебраические поверхности 2-го порядка в пространстве, их классификация и основные свойства. Метод секущих плоскостей. Прямолинейные образующие алгебраических поверхностей 2-го порядка.                                      |
| Семинар 13 | Произведение матриц и его свойства. Линейные преобразования плоскости и их свойства. Матрица линейного преобразования плоскости. Инвариантные объекты.  |
| Семинар 14 | Аффинные преобразования плоскости и их свойства. Геометрический смысл модуля и знака определителя матрицы аффинного преобразования. Инвариантные прямые аффинного преобразования.   |
| Семинар 15 | Детерминант квадратной матрицы $n$ -го порядка и его свойства. Разложение определителей по столбцу или строке. Формула для элементов обратной матрицы. Теорема Крамера для системы $n$ линейных уравнений с $n$ неизвестными.   |
| Семинар 16 | <b>Сдача третьего задания.</b>  |

## Программа семинаров на весенний семестр

- Семинар 01 Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема о ранге матрицы. Необходимое и достаточное условие вырождения квадратной матрицы. Теорема о ранге матрицы.
- Семинар 02 Системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.
- Семинар 03 Теорема Фредгольма о совместности неоднородной системы линейных уравнений. Элементарные операции и их свойства. Метод Гаусса.
- Семинар 04 Определение линейного пространства и его свойства. Линейная зависимость элементов линейного пространства. Базис. Размерность. Формулы перехода. Размерность суммы двух подпространств.
- Семинар 05 Линейная оболочка набора элементов. Гиперплоскость. Их координатное представление в линейном пространстве. Теорема об изоморфизме.
- Семинар 06 Отображения и преобразования. Координатное представление линейных отображений, инъективность и сюръективность. Правило изменения матрицы линейного отображения при замене базисов.
- Семинар 07 **Сдача первого задания.**
- Семинар 08 Инвариантные подпространства линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения. Отыскание собственных значений и собственных векторов в конечномерном случае.
- Семинар 09 Линейные и билинейные функционалы в линейном пространстве. Их свойства и представление в конечномерном случае. Правило изменения матрицы билинейного функционала при замене базиса.
- Семинар 10 Квадратичные функционалы. Отыскание базиса, в котором квадратичный функционал имеет канонический вид. Теорема инерции и знаковая определенность квадратичного функционала. Критерий Сильвестра.
- Семинар 11 Евклидово пространство. Неравенства Коши-Буняковского и треугольника. Ортогонализация базиса. Матрица Грама и ее свойства.
- Семинар 12 Сопряженные операторы. Их свойства и координатное представление. Самосопряженные операторы и их свойства.
- Семинар 13 Ортогональные операторы и их свойства. Приведение квадратичного функционала к диагональному виду при помощи ортогонального преобразования базиса. Одновременное приведение пары квадратичных функционалов, один из которых является знакоопределенным, к диагональному виду.
- Семинар 14 **Сдача второго задания.**